2022

LOGIKA

Ramdani Miftah

Program Studi Pendidikan Matematika
UIN Syarif Hidayatullah Jakarta

Logika

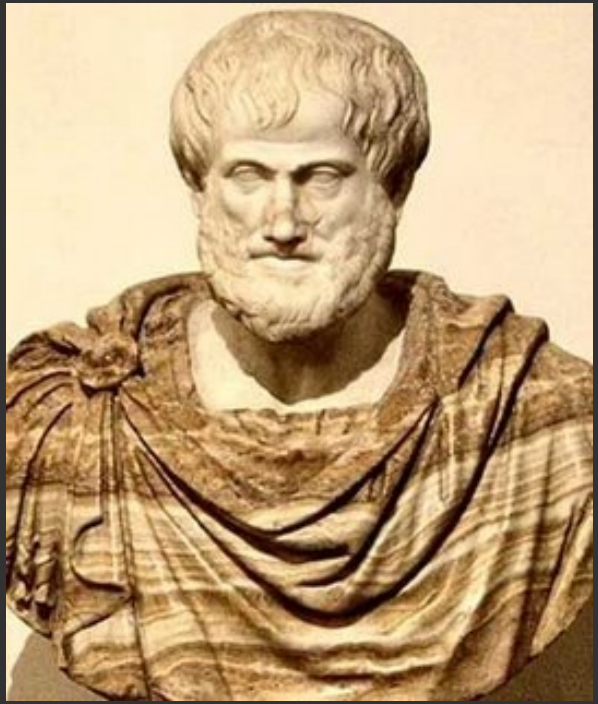
Perhatikan argumen di bawah ini :

Jika anda mahasiswa pendidikan matematika maka anda tidak sulit belajar Kalkulus. Jika anda tidak suka begadang maka anda bukan mahasiswa pendidikan matematika. Tetapi, anda sulit belajar Kalkulus dan anda tidak suka begadang. Jadi, anda bukan mahasiswa pendidikan matematika.

Apakah kesimpulan dari argumen di atas valid?

Alat bantu untuk memahami argumen tersebut adalah **Logika**

Logika

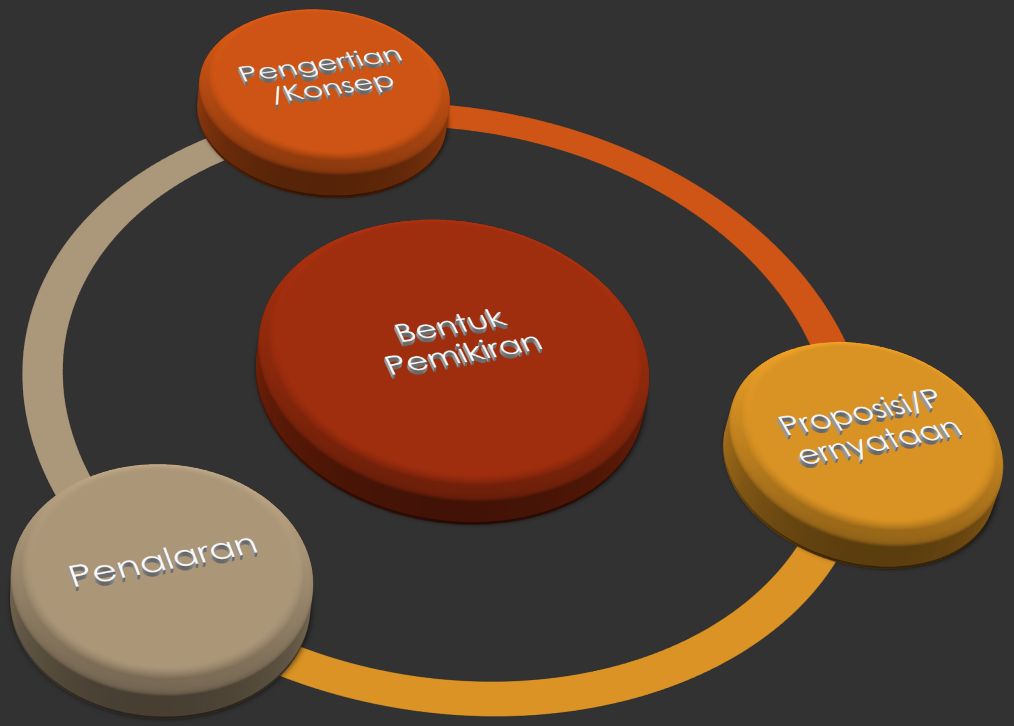


Aristoteles (384-322 SM)
peletak dasar-dasar logika

By Ramdani Miftah

Logika

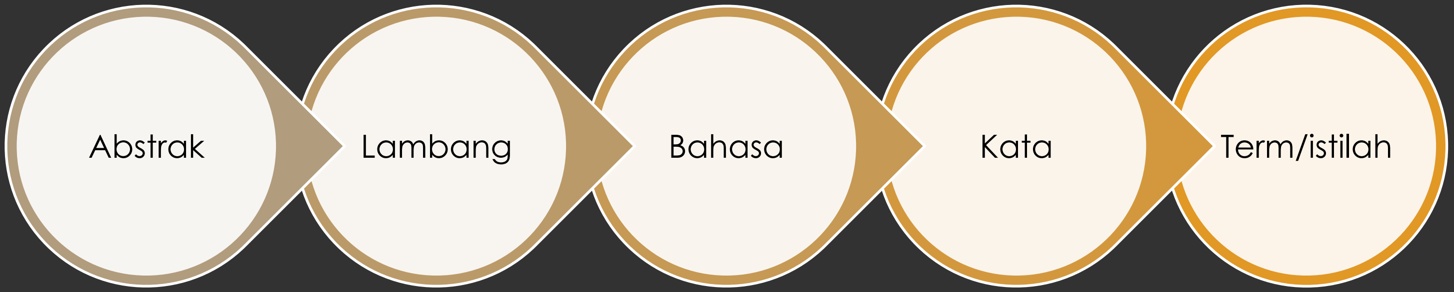
- Logika adalah suatu metode atau tehnik yang diciptakan untuk meneliti ketepatan penalaran.
- Penalaran merupakan bentuk pemikiran



By Ramdani Miftah

Logika

1. **Pengertian/Konsep**



- Tepat tidaknya pengertian tergantung pengalaman indera atau observasi empirik
- Apakah pengertian dari **Lingkaran ?**
- Lingkaran adalah Tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama dari suatu titik tertentu

Logika

2. Proposisi/Pernyataan

- Rangkaian pengertian membentuk Proposisi
- Proses pembentukan proposisi

Benar-tidaknya tergantung tepat-tidaknya cara dan alat dalam melakukan obesvasi (Proposisi Empirik)	• Kualitas pemain bola Indonesia lebih baik dari pemain Vietnam • Seorang sarjana keguruan memiliki kemampuan mengajar lebih baik daripada seorang yang bukan lulusan keguruan
Benar-tidaknya langsung nampak dalam pikiran (Proposisi Mutlak)	• Bagian itu lebih kecil dari yang dibagi • Semua foto serupa dengan yang difoto

Logika

3. Penalaran

- Proses berpikir yang bertolak pada pengamatan indera atau observasi empirik menghasilkan sejumlah pengertian dan proposisi sekaligus

Contoh :

1. Buatlah sebuah segitiga lancip, segitiga siku-siku dan segitiga tumpul dan ukurlah besar tiap-tiap sudutnya dengan busur derajat. Berapa derajatkah jumlah besar sudutnya masing-masing dari ketiga segitiga tersebut?
2. Semua benda yang dipanasi memuai. Ban mobil sesudah diperjalanan akan panas. Jadi, ban mobil itu memuai.
3. Tentukan hasil penjumlahan dari 1+2+3+4+5+…+n (Induktif dan Deduktif)
4. Untuk setiap bilangan asli n, apakah $n^2 - n + 17$ menyatakan bilangan prima ?

Penalaran Induktif

- Penalaran yang konklusinya lebih luas daripada premisnya

Penalaran Deduktif

- Penalaran yang konklusinya tidak lebih luas daripada premisnya

By Ramdani Miftah

Logika Formal

Perhatikan dua contoh berikut :

1. Semua pegawai negeri adalah penerima gaji
   Semua pegawai swasta adalah penerima gaji
   Jadi, Pegawai negeri adalah pegawai swasta
2. Semua pencuri adalah penjahat
   Gayus adalah pencuri
   Jadi, Gayus adalah penjahat

Bentuk Penalaran :

Semua a adalah c
b adalah a
Jadi, b adalah c

By Ramdani Miftah

Hukum Penyimpulan

1. Apabila premisnya benar, konklusi penalaran adalah benar
2. Apabila konklusi penalaran salah, maka premisnya juga salah

Premis salah
↓
Konklusi bisa benar

Malaikat itu benda fisik
Batu itu malaikat
Jadi, Batu itu beda fisik

Premis bisa salah
↑
Konklusi benar

3. Apabila premisnya salah, konklusi penalaran bisa benar atau salah
4. Apabila konklusinya benar, premis penalaran bisa benar atau salah

Kesesatan Penalaran *(fallacy)*

Kesesatan karena Bahasa

a. Kesesatan Karena aksen atau tekanan => perubahan tekanan ucapan

Tiap pagi pasukan mengadakan apel

Apel itu buah

Jadi, tiap pagi pasukan mengadakan buah

b. Kesesatan Karena term ekuivok => mempunyai lebih dari satu arti

Sifat abadi adalah sifat ilahi

Adam adalah mahasiswa abadi

Jadi, Adam adalah mahasiswa yang bersifat ilahi

c. Kesesatan Karena arti kiasan (methaphora) => arti kiasan disamakan dengan arti sebenarnya atau sebaliknya

Silahkan mampir ke gubuk saya

d. Kesesatan Karena amfiboli (amphibolia) => memiliki arti yang bercabang

Dia datang kemarin memberi tahu

By Ramdani Miftah

Proposisi

- Proposisi adalah pernyataan atau kalimat deklaratif yang bernilai benar (*true*) atau salah (*false*), tetapi tidak keduanya.
- Kebenaran atau kesalahan dari sebuah kalimat disebut nilai kebenarannya (*truth value*).
- Secara simbolik, proposisi biasanya dilambangkan dengan huruf kecil seperti *p, q, r,…dll.*
- Proposisi berupa kalimat berita yang terdiri dari Subjek + Predikat dan ditambah Objek atau Keterangan.
- Nilai benar *(true)* dan salah *(false)* dari proposisi dilambangkan berturut-turut *B* dan *S*.

Contoh Proposisi :

p : 6 adalah bilangan genap (B)

q : Soekarno adalah Presiden Indonesia pertama (B)

r : 2 + 3 = 4 (S)

By Ramdani Miftah

Proposisi

Contoh 1

Tentukan apakah termasuk proposisi dan tentukan nilai kebenarannya!

1. $x < y$ jika dan hanya jika $y > x$
2. Untuk sembarang bilangan bulat $n \geq 0$, maka 2n adalah bilangan genap
3. $x + y = y + x$ untuk setiap x dan y bilangan real
4. Jumlah dari tiga buah bilangan yang sama adalah 15
5. Grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 8$ melalui titik (-2, 0)
6. $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ untuk x = -1
7. $(x + 3)^2 > 0$ untuk semua x anggota bilangan real
8. Kapan target kamu lulus kuliah ?
9. Coba kerjakan soal itu di papan tulis!

Proposisi

Kalimat Terbuka merupakan kalimat yang memuat variabel sehingga belum dapat ditentukan nilai benar atau salahnya.

Contoh :

1. Seseorang itu adalah mantan pemain bola
2. $7x + y = 77$

Ingkaran (Negasi)

Negasi proposisi merupakan ingkaran dari proposisi dan mengandung kata "bukan atau tidak". Misalnya p merupakan proposisi maka "bukan p" merupakan negasi dari p.

Contoh :

p : Andi adalah seorang guru

~ p : Andi bukan seorang guru

By Ramdani Miftah

Proposisi Majemuk *(Compound Proposition)*

Proposisi majemuk adalah suatu pernyataan yang dibentuk dari beberapa proposisi tunggal dengan menggunakan kata penghubung *dan, atau, jika...maka, …jika dan hanya jika... dll*

1. Konjungsi

Konjungsi dua pernyataan *p* dan *q* (ditulis "∧" dibaca " *p* dan *q* ") bernilai **benar** jika dan hanya jika dua pernyataan *p* dan *q* masing-masing bernilai **benar**, sedangkan untuk nilai-nilai kebenaran *p* dan *q* lainnya bernilai **salah**.

Contoh :

p = 2 adalah bilangan prima

q = matahari terbit dari timur

$p \wedge q$ = 2 adalah bilangan prima dan matahari terbit dari timur

p	q	p ∧ q
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

By Ramdani Miftah

Proposisi Majemuk *(Compound Proposition)*

2. Disjungsi

a. Inklusif

Jika p dan q adalah proposisi maka disjungsi dua pernyataan *p* atau *q* (ditulis "p v q") bernilai benar jika minimal salah satu dari p dan q bernilai benar.

Contoh :
Jajargenjang termasuk segiempat atau segiempat mempunyai 5 diagonal.

p	q	p∨q
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

b. Eksklusif

Jika p dan q adalah proposisi maka *p* atau *q* (ditulis "p ⊕ q") bernilai benar hanya jika salah satu dari p dan q bernilai benar.

Contoh :

Begitu indahnya saat ini di Singapura dan Prancis

p	q	p⊕q
B	B	S
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Proposisi Majemuk *(Compound Proposition)*

Negasi Konjungsi dan Disjungsi

Negasi Konjungsi : $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Negasi Disjungsi : $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Contoh

Diketahui proposisi-proposisi berikut:

p : Pemuda itu tinggi

q : Pemuda itu tampan

Nyatakan dalam bentuk simbolik:

(a) Pemuda itu tinggi dan tampan

(b) Pemuda itu tinggi tapi tidak tampan

(c) Pemuda itu tidak tinggi maupun tampan

(d) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek atau tidak tampan

(e) Pemuda itu tinggi, atau pendek dan tampan

(f) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek maupun tampan

By Ramdani Miftah

Proposisi Majemuk *(Compound Proposition)*

3. Implikasi (kondisional)

Pada implikasi "$p \Longrightarrow q$", pernyataan tunggal "*p*" disebut pendahulu *(antecedent)* dan pernyataan "*q*" disebut pengikut *(consequent)*.

Suatu implikasi bernilai **salah** jika dan hanya jika pendahulunya bernilai **benar** dan pengikutnya bernilai **salah**, sedangkan untuk nilai-nilai kebenaran pendahulu dan pengikutnya yang lain, implikasi itu bernilai **benar**.

Ekspresi lain dari Implikasi

1). Jika *p*, maka *q*

2). Jika *p, q*

3). *p* mengakibatkan *q*

4). *q* jika *p*

5). *p* hanya jika *q*

6). *p* syarat cukup agar *q*

7). *q* syarat perlu bagi *p*

8). *q* bilamana *p*

p	q	p→q
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Contoh : Es yang mencair di kutub **mengakibatkan** permukaan air laut naik

By Ramdani Miftah

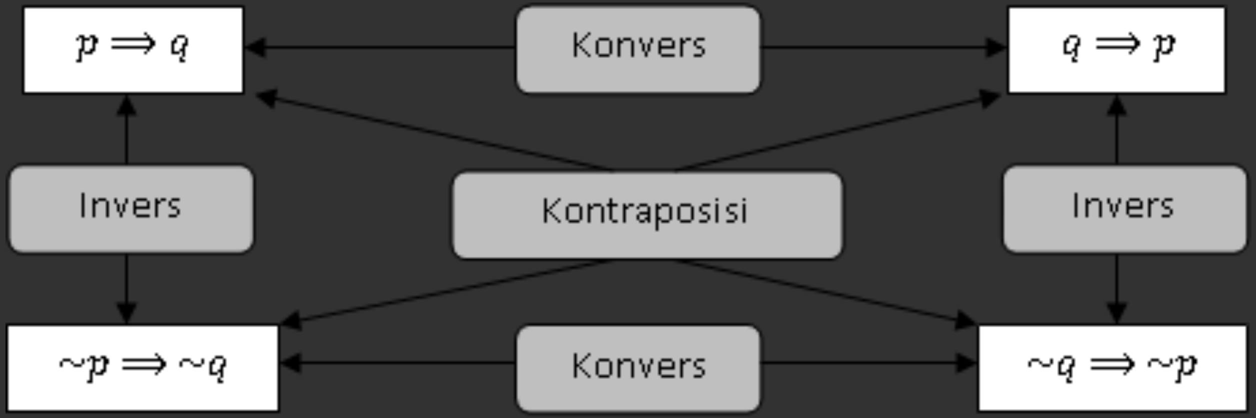
Proposisi Majemuk (*Compound Proposition*)

Bentuk implikasi lain yang berkaitan dengan $p \Rightarrow q$ yaitu : *konvers, invers* dan *kontraposisi.*

Konvers (kebalikan) : $q \Rightarrow p$

Invers : $\sim p \Rightarrow \sim q$

Kontraposisi : $\sim q \Rightarrow \sim p$



Contoh :

1. Tentukan nilai kebenaran pernyataan berikut!

a. Jika matahari terbit dari Barat maka Indonesia merdeka tahun 1945

b. Jika andi sembuh dari sakitnya maka seekor gajah mempunyai 4 kaki

c. Jika 1 + 1 = 2 maka Paris ibukota Prancis

Proposisi Majemuk (*Compound Proposition*)

4. Bi-implikasi (Bikondisional)

Nilai kebenaran dari "$p \Leftrightarrow q$" adalah **benar**, jika dan hanya jika nilai kebenaran dari *p* **sama** dengan nilai kebenaran dari *q*, dan bernilai **salah** apabila nilai kebenaran dari *p* **berlainan** dengan nilai kebenaran dari *q*.

Terdapat sejumlah cara untuk menyatakan biimplikasi, yaitu:

1. p jika dan hanya jika q
2. p adalah syarat perlu dan cukup untuk q
3. Jika p maka q, dan sebaliknya

p	q	p↔q
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Contoh :

Kelembaban udara tinggi adalah **syarat perlu dan cukup** agar hari ini hujan.

<u>Negasi Implikasi dan Biimplikasi</u>

Negasi Implikasi : $\sim(p \Longrightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Negasi Biimplikasi: $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

Proposisi Majemuk *(Compound Proposition)*

Menentukan Nilai Kebenaran

Untuk menentukan nilai kebenaran dari proposisi majemuk atau Kalimat Logika Proposisi (KLP) perlu diperhatikan hirarki dari masing-masing peghubung lebih dahulu. Hirarki dari urutan tertinggi sampai terendah sebagai berikut :

1. ~ (Negasi)
2. ∧ (konjungsi)
3. ∨/⊕ (disjungsi)
4. → (implikasi)
5. ↔ (biimplikasi)

Hirarki yang lebih tinggi harus dikerjakan lebih dahulu. Namun bila dalam KLP terdapat beberapa penghubung yang setingkat hirarkinya, maka pengerjaan dimulai dari yang kiri.

Proposisi Majemuk (*Compound Proposition*)

1. $\sim p \wedge q \rightarrow p$, harus dibaca $((\sim p) \wedge q) \rightarrow p$
2. $p \rightarrow q \wedge r$, harus dibaca $p \rightarrow (q \wedge r)$
3. $p \rightarrow q \rightarrow r$, harus dibaca $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

Contoh :

Terdapat proposisi p dan q yang masing-masing mempunyai nilai kebenaran Benar. Proposisi tersebut dirangkai menjadi KLP : $\sim p \wedge q \rightarrow p$. Tentukan nilai kebenaran KLP tersebut!

#KLP :	$\sim p \wedge q \rightarrow p$
Langkah 1	<u>B</u> B B
Langkah 2	<u>S B</u> B
Langkah 3	<u>S B</u>
Langkah 4	*B

Maka $\sim p \wedge q \rightarrow p$: B

By Ramdani Miftah

Tabel Kebenaran

A. Membuat tabel kebenaran

Cara 1

~	p	∧	~	q
S	B	S	S	B
S	B	S	B	S
B	S	S	S	B
B	S	B	B	S
2	1	3	2	1

Cara 2

p	q	~p	~q	~p∧~q
B	B	S	S	S
B	S	S	B	S
S	B	B	S	S
S	S	B	B	B
1	1	2	2	3

By Ramdani Miftah

Tabel Kebenaran

B. Identifikasi Tabel Kebenaran

1. Ekuivalen

Dua atau lebih proposisi majemuk yang mempunyai nilai kebenaran yang sama.

Contoh :

a. $(p \to q) \wedge (q \to p) \equiv p \leftrightarrow q$

b. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

c. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

2. Tautoloqi

Suatu proposisi majemuk yang memiliki nilai kebenaran "benar"untuk semua kasus

Contoh :

a. $p \vee \sim p$

b. $(p \wedge q) \to (p \vee q)$

c. $[(p \to q) \wedge (\sim q \vee r)] \to (p \to q)$

By Ramdani Miftah

Tabel Kebenaran

3. Kontradiksi

Proposisi majemuk yang selalu mempunyai nilai kebenaran "salah".

Contoh :

a. $p \wedge \sim p$

b. $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$

c. $\sim[(\sim p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \sim q)] \wedge r$

4. Kontingen

Proposisi majemuk yang nilai kebenarannya terdapat "benar"dan "salah"

Contoh :

a. $(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$

b. $[(p \rightarrow r) \vee (p \rightarrow \sim q)] \wedge r$

Tabel Kebenaran

C. Implementasi Logika pada Jaringan Listrik

Notasi *p, q, r, …* : stop kontak

1 : jalur tertutup (ada arus)

0 : jalur terbuka (tidak ada arus)

a. Hubungan Seri

Hubungan seri sama dengan hubungan konjungsi (Λ) pada proposisi majemuk. Hubungan seri akan menghasilkan arus (On) jika stop kontak (proposisi) pendukung bernilai 1 (Benar) atau On.

→——⁄ p ——⁄ q ——→ : arus akan ada hanya jika p tertutup dan q tertutup

Ditulis dalam ekspresi logika : p Λ q

Tabel Kebenaran

Tabel :

p	q	Arus	
1	1	1	On
1	0	0	Off
0	1	0	Off
0	0	0	Off

~p	~q	Arus	
0	0	0	Off
0	1	0	Off
1	0	0	Off
1	1	1	On

By Ramdani Miftah

Tabel Kebenaran

b. Hubungan Paralel

Hubungan parallel sama dengan hubungan disjungsi (V) pada proposisi majemuk. Hubungan parallel akan menghasilkan arus (On) jika **paling tidak salah satu** dari stop kontak pendukung bernilai 1 atau On.

: Arus akan ada jika minimal salah satu dari jalur p dan q tertutup.

Ditulis dalam ekspresi logika : p V q

By Ramdani Miftah

Tabel Kebenaran

Tabel :

p	q	Arus	
1	1	1	On
1	0	1	On
0	1	1	On
0	0	0	Off

~p	~q	Arus	
0	0	0	Off
0	1	1	On
1	0	1	On
1	1	1	On

By Ramdani Miftah