

PENDAHULUAN GEOMETRI

Ramdani Miftah

**Prodi Pendidikan Matematika
UIN Syarif Hidayatullah Jakarta
2023**



PENDAHULUAN GEOMETRI

Geometer sebutan orang Yunani terhadap pengukur tanah bangsa mesir.

“**ge**” artinya tanah

“**metria**” artinya ukuran atau ilmu tentang ukuran tanah.

Dalam Bahasa Indonesia Geometri diterjemahkan sebagai ilmu ukur.

Geometri merupakan cabang matematika yang tidak mengutamakan hubungan antar bilangan

PENDAHULUAN GEOMETRI

Geometri mempelajari titik, garis, bidang dan benda-benda ruang serta sifat-sifatnya, ukuran-ukurannya dan hubungannya satu sama lain.

Banyak fakta dalam aljabar dibuktikan dalam geometri.

Example. Kuadrat hipotenusa segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dua sisi yang lain.

Geometri adalah ilmu (sains) yang tidak hanya mementingkan jawaban tetapi juga “bagaimana” dan “mengapa” menjawab seperti itu.

PENDAHULUAN GEOMETRI

Penggolongan geometri

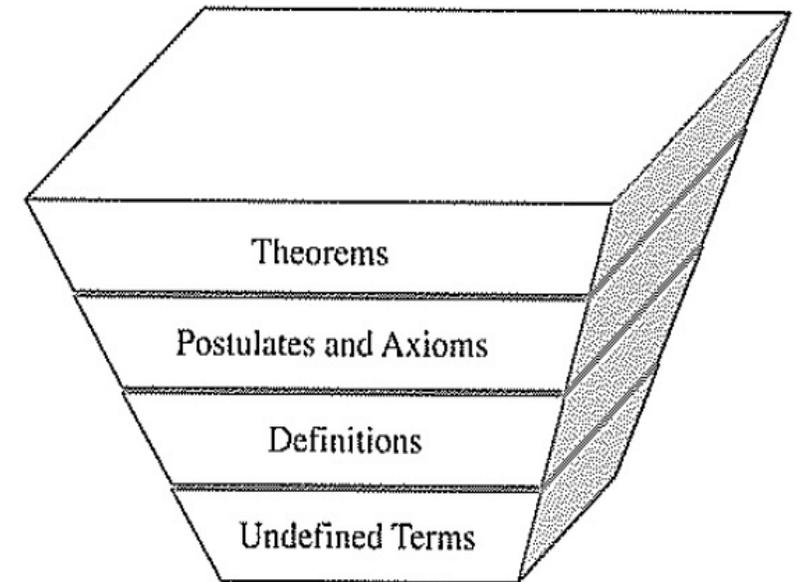
1. Berdasarkan lingkup/bidang kajian : geometri bidang, geometri ruang, geometri dimensi-n dan geometri bola.
2. Berdasarkan bahasa yang digunakan : geometri analitik, geometri murni dan geometri diferensial.
3. Berdasarkan sistem aksiomatik : **geometri euclides**, geometri non euclides dan geometri proyektif

SISTEM AKSIOMATIK

Matematika merupakan suatu ilmu atau struktur yang disusun secara deduktif aksiomatik

Dalam proses deduktif mungkin diawali dengan proses induktif melalui penyusunan konjektur, model matematika, analogi dan atau generalisasi melalui pengamatan suatu data

Objek matematika (langsung) yaitu fakta, keterampilan, konsep dan aturan



SISTEM AKSIOMATIK

Sistem Aksiomatik

1. *Konsisten.* Aksioma-aksioma yang ada tidak mungkin menghasilkan teorema-teorema yang kontradiksi dengan aksioma-aksioma yang ada dan dengan teorema-teorema yang telah dibuktikan sebelumnya.
2. Setiap aksioma yang ada pada sistem tersebut bukanlah merupakan turunan (deduksi) dari aksioma-aksioma yang lain.
3. *Lengkap.* Maksudnya, tidaklah mungkin menambahkan aksioma lain yang konsisten dan independen tanpa menambahkan istilah-istilah primitif.

SISTEM AKSIOMATIK

Definisi adalah pernyataan yang mendeskripsikan bangun-bangun dan sifat-sifat tertentu.

Example. Tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama dari suatu titik tertentu

Aksioma (postulat) adalah pernyataan yang diasumsikan benar tanpa bukti

Example. Ada tepat satu garis yang memuat dua titik yang berbeda

Teorema (dalil) adalah pernyataan yang kebenarannya dibuktikan berdasar definisi, postulat atau teorema yang telah dibuktikan terlebih dahulu

Example. Dua sudut yang bertolak belakang adalah kongruen

PENDAHULUAN GEOMETRI

Undefined Term :

Titik

Titik tidak mempunyai panjang, lebar dan tebal

Titik menunjukkan suatu tempat (posisi) dalam ruang (space)

Titik ditunjukkan dengan noktah (dot) yang diberi label huruf kapital, misalnya titik A, B, C dan seterusnya. Contoh :



Titik A



Titik B



Titik C

PENDAHULUAN GEOMETRI

Garis

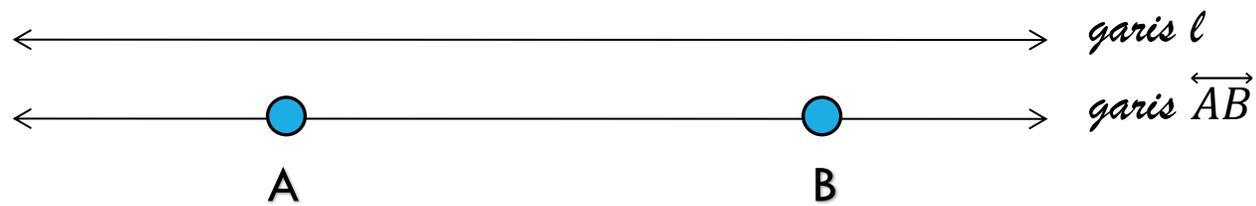
Garis merupakan himpunan titik-titik

Garis mempunyai panjang tetapi tidak mempunyai lebar dan ketebalan

Garis panjangnya tak terbatas

Garis dilambangkan dengan mengambil dari nama dua titik sebarang pada garis itu atau dengan menggunakan satu huruf kecil.

Misalnya



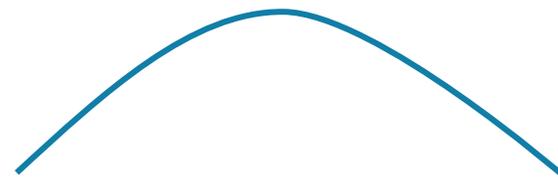
PENDAHULUAN GEOMETRI

Konsep garis sebagai unsur primitif ini mengandung pengertian garis yang lurus atau garis lurus

Ada macam garis lain



Garis Patah



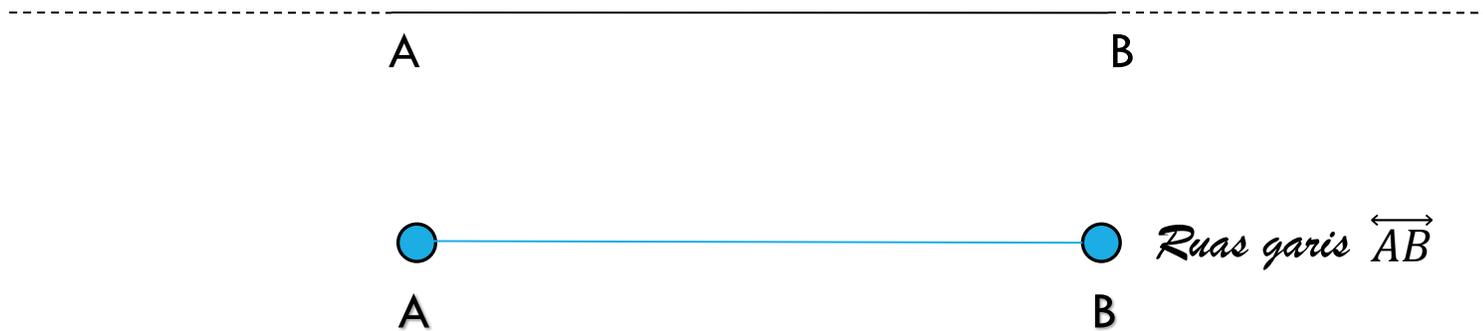
Garis Lengkung



PENDAHULUAN GEOMETRI

Ruas garis (segmen)

Ruas garis (segmen) adalah himpunan titik-titik yang memuat dua titik dan semua titik-titik lainnya yang berada diantara dua titik itu.



PENDAHULUAN GEOMETRI

Dua segmen garis adalah kongruen jika panjangnya sama.

Example. Tentukan x jika $AB = CD$ dengan $AB = 3x - 6$ dan $CD = x$

B adalah titik tengah AC jika B ada di AC dengan $AB = BC$

Example.

Tentukan x dan AC jika B adalah titik tengah AC dengan $AB = 5(x-3)$ dan $BC = 9-x$

Tentukan AB jika B titik tengah AC dengan $AB = x^2 - 6$ dan $BC = 5x$

PENDAHULUAN GEOMETRI

Beberapa definisi tentang titik dan garis

Titik-titik kolinier adalah titik-titik yang terletak pada satu garis

Example. If A, B, dan C adalah kolinier dan $AC = 7$. Tentukan x!

Titik-titik koplanar adalah titik-titik yang terletak pada satu bidang

Garis berpotongan adalah dua garis dengan satu titik persekutuan

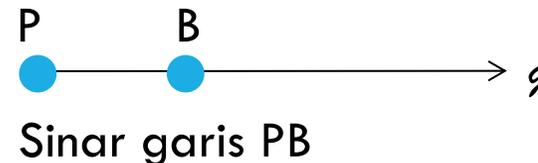
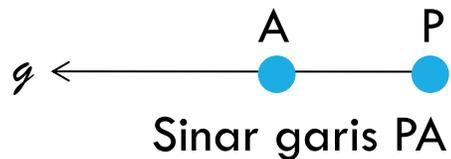
Garis-garis sejajar adalah garis-garis yang terletak satu bidang dan tidak berpotongan

Garis konkuren adalah tiga garis atau lebih yang koplanar dan mempunyai satu titik persekutuan

PENDAHULUAN GEOMETRI

Sinar Garis

Sinar garis adalah kumpulan titik yang merupakan gabungan dari titik tertentu pada suatu garis dan semua titik pada garis itu yang terletak pada pihak yang sama (pada arah yang tidak berlawanan) dari titik tertentu tersebut.



PENDAHULUAN GEOMETRI

Sepihak dan berlawanan pihak

A B C

A C B

B A C

Jika A suatu titik pada suatu garis, B dan C juga titik-titik pada garis itu maka:

- B dan C letaknya sepihak terhadap A, jika B diantara A dan C atau C diantara A dan B
- B dan C letaknya berlawanan pihak terhadap A, jika A terletak antara B dan C

PENDAHULUAN GEOMETRI

Sinar-sinar berlawanan

Sinar-sinar berlawanan adalah dua sinar yang mempunyai titik pangkal yang sama dan terletak pada garis yang sama tetapi arahnya berlawanan.

R P Q

PQ dan PR berlawanan

P Q R S

RS dan QP bukan berlawanan

PENDAHULUAN GEOMETRI

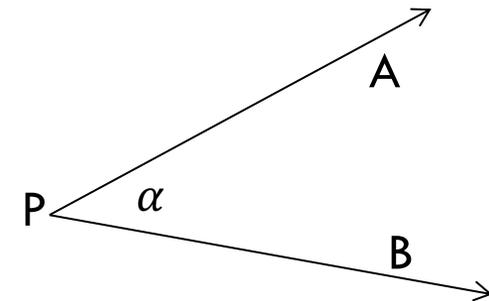
Sudut

Sudut adalah kumpulan titik yang merupakan gabungan dari dua sinar garis yang memiliki titik pangkal yang berserikat.

Sudut diberi nama tiga huruf kapital misalnya sudut APB, dilambangkan $\angle APB$

Bisektor sudut adalah sebuah sinar garis yang membagi dua sudut sama besar.

Example. Tentukan x jika AC bisector $\angle BAD$.
 $\angle CAD = (3x + 5)^\circ$ dan $\angle CAB = \frac{7}{2}x^\circ$



PENDAHULUAN GEOMETRI

Bidang

Bidang mempunyai panjang dan lebar tetapi tidak mempunyai ketebalan. Bidang itu rata tak terbatas.

Segitiga adalah gabungan tiga segmen yang ditentukan oleh tiga titik yang tidak kolinier.

Segiempat adalah gabungan empat segmen yang ditentukan oleh empat titik yang tiap tiga titiknya tidak kolinier. Segmen berpotongan hanya pada titik-titik ujungnya.

Lingkaran adalah himpunan semua titik pada bidang yang berjarak tetap dari titik yang diketahui.



PENDAHULUAN GEOMETRI

Ruang

Ruang mempunyai panjang, lebar dan ketebalan

Ruang tak terbatas ke semua arah

Ruang merupakan himpunan semua titik, himpunan semesta untuk geometri.

Titik merupakan himpunan bagian dari garis, Garis merupakan himpunan bagian dari bidang dan bidang merupakan himpunan bagian dari ruang.

PENALARAN GEOMETRI

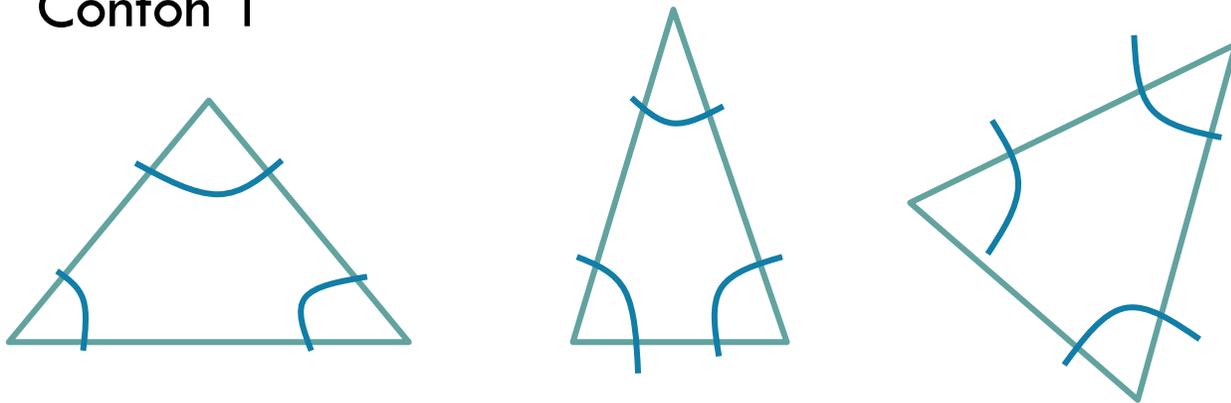
Penalaran adalah proses pembentukan kesimpulan dari informasi yang ada.

Penalaran merupakan aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan dari yang bersifat umum menjadi khusus atau sebaliknya berdasarkan beberapa premis yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya.

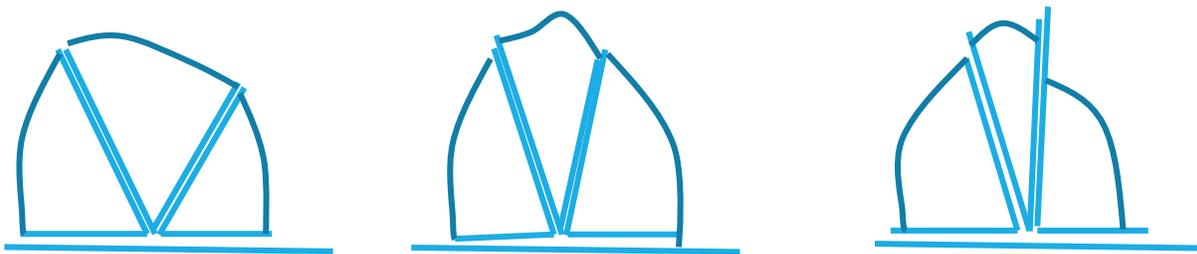
Penalaran induktif (*inductive reasoning*) merupakan proses berpikir yang berupa penarikan kesimpulan yang umum atas dasar pengetahuan tentang hal-hal khusus yang berpijak pada observasi inderawi atau empiris dengan suatu probabilitas.

PENALARAN GEOMETRI

Contoh 1



Kemudian disusun seperti berikut



Apa yang teramati tentang jumlah ukuran sudut dalam segitiga ?

“Jumlah ukuran sudut segitiga adalah 180 derajat”

Apakah ini benar untuk semua segitiga ?

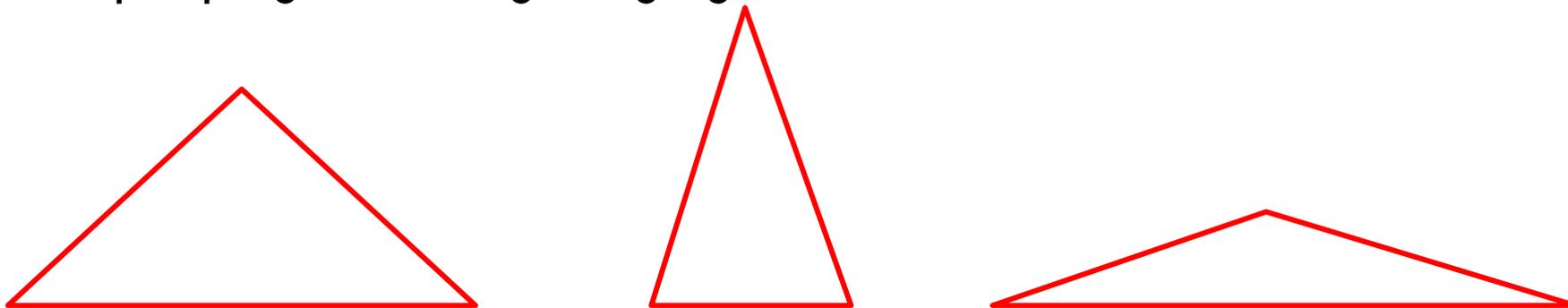
Benarkah penarikan kesimpulan ini ?

Kesimpulan ini baru *konjektur* (dugaan) karena hanya disimpulkan dari tiga segitiga

PENALARAN GEOMETRI

Contoh 2

Ukurlah panjang sisi-sisi tiga segitiga berikut dalam centimeter.



Apa konjektur yang dapat dibuat ?

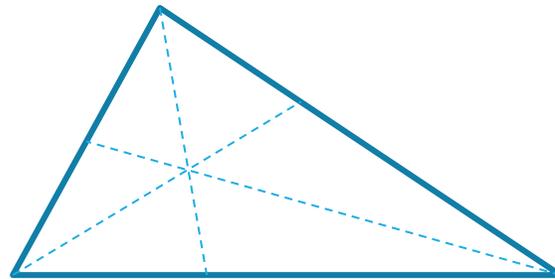
“Jumlah panjang dua sisi segitiga lebih besar dari panjang sisi yang ketiga”

Apakah ini berlaku untuk semua segitiga ?

PENALARAN GEOMETRI

Contoh 3

Buatlah garis bagi masing-masing sudut dari tiga segitiga yang berbeda.



Akankah garis bagi sudut berpotongan di satu titik pada interior segitiga?

Apakah kamu menduga ini berlaku untuk semua segitiga ?

Dapatkah kamu membuat generalisasi dari masalah ini ?

“Garis bagi sudut segitiga berpotongan di satu titik dalam interior segitiga”

PENALARAN GEOMETRI

Langkah-langkah proses penalaran Induktif :

1. Observasi sifat-sifat yang benar untuk setiap kasus
2. Setiap kasus yang diperiksa bersifat benar, maka simpulkan sifat itu benar untuk semua kasus kemudian buat generalisasi.

Atau Tahap Berpikir Induktif :

1. Pengamatan
2. Analisis
3. Membuat dugaan
4. Menguji dugaan
5. Membuat kesimpulan

PENALARAN GEOMETRI

Generalisasi yang Salah

Untuk memperlihatkan generalisasi yang salah, cukup dengan hanya menunjukkan satu contoh yang salah (*counter example*).

Example

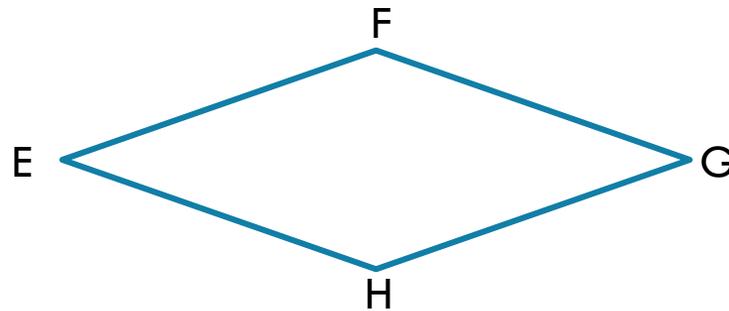
Untuk setiap bilangan asli n , apakah $n^2 - n + 17$ menyatakan bilangan Prima?

PENALARAN GEOMETRI

Example 1

Generalisasi Jika segiempat mempunyai empat sisi yang kongruen, maka sudut-sudutnya kongruen

Counter Example Segi empat EFGH semua sisinya kongruen, tetapi sudut E tidak kongruen dengan sudut F



PENALARAN GEOMETRI

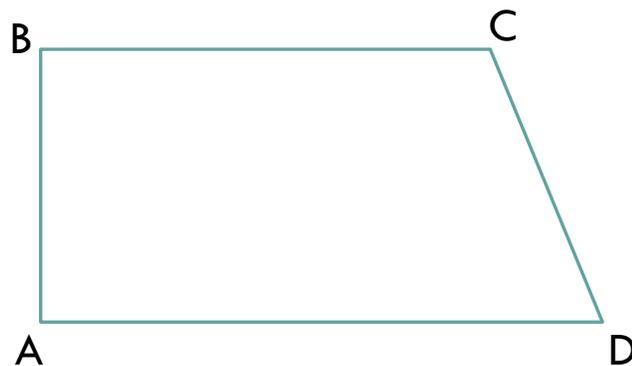
Example 2

Generalisasi

Jika segi empat mempunyai sepasang sisi sejajar, maka segi empat itu mempunyai sepasang sisi yang kongruen.

Counter Example

Segi empat ABCD dengan $BC \parallel AD$, tetapi tidak sepasang sisipun yang kongruen.

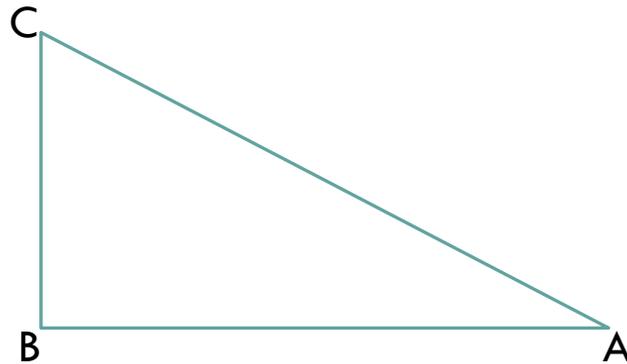


PENALARAN GEOMETRI

Example 3

Generalisasi Jika segitiga mempunyai sudut siku-siku, maka dua sisinya kongruen.

Counter Example Segitiga ABC mempunyai sudut siku-siku di B tetapi tidak ada sisinya yang konruen



PENALARAN GEOMETRI

Penalaran Deduktif (Deductive Reasoning)

Generalisasi dengan penalaran induktif lemah dan tidak meyakinkan, maka *tidak diakui* dalam matematika dalam mencari jalan mendapatkan generalisasi.

Generalisasi itu harus dibuktikan secara deduktif.

Tiga langkah Penalaran Deduktif:

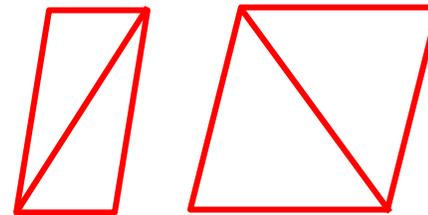
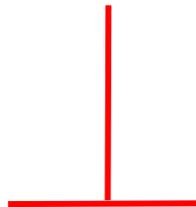
1. Membuat pernyataan umum. Misal : semua kucing adalah hewan berkaki empat
2. Membuat pernyataan khusus. Misal : semua anggora adalah kucing
3. Membuat deduksi. Misal : semua anggora adalah hewan berkaki empat

PENALARAN GEOMETRI

Observasi

Observasi (pengamatan) tidak bisa dijadikan bukti.

Apa yang terlihat memberikan arti yang berbeda



PENALARAN GEOMETRI

Pengukuran

Pengukuran tidak bisa dijadikan bukti.

Pengukuran hanya diterapkan pada sedikit kasus

Kesimpulan yang bisa diambil belum tentu tepat karena hanya merupakan perkiraan dan hampiran, tergantung pada ketelitian alat ukur & kecermatan pengamat.

Eksperimen

Eksperimen tidak bisa dijadikan bukti

Kesimpulan yang dihasilkan hanya merupakan kemungkinan. Probabilitas kejadiannya tergantung situasi dan waktu dilakukannya proses eksperimentasi.

PENALARAN GEOMETRI

Proses Penalaran Deduktif :

1. Mulai dengan kondisi yang diketahui (hipotesis)
2. Gunakan logika, definisi, postulat atau teorema yang sudah dibuktikan untuk membenarkan urutan pernyataan atau langkah yang menuntun ke hasil yang diinginkan.
3. Buat kesimpulan

PENALARAN GEOMETRI

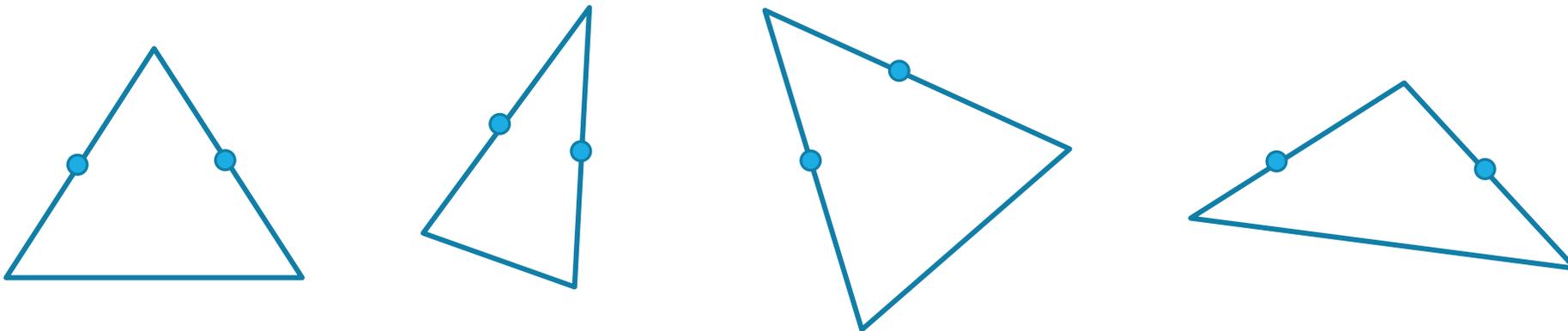
Pembuktian deduktif bisa menggunakan tabel berikut :

Pernyataan	Alasan
1.	1. Diketahui
2.	2.
3.	3.
·	·
·	·
·	·
dst	dst

LATIHAN

Kerjakan!

1. Segitiga di bawah ini mempunyai dua sisi yang kongruen

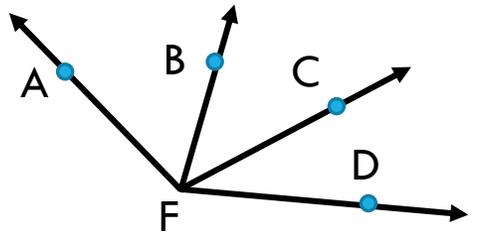


Ukurlah sudut-sudut dihadapan sisi yang kongruen. Apakah setiap pasang sudut itu kongruen satu sama lain ? Buatlah generalisasi dari situasi ini!

LATIHAN

2. Titik P, Q dan R kolinier. $PR = 7$, $PQ = 11$ dan $RQ = 4$. titik manakah yang berada di antara dua titik lainnya ?

3. Jika $\angle AFC = 2\angle CFD$, $\angle AFB = \frac{1}{2}\angle CFD$ dan $\angle AFD = 114^\circ$. Cari $\angle AFB$, $\angle BFC$ dan $\angle CFD$.



4. Diketahui $\triangle ABC$ garis melalui A tegak lurus \overleftrightarrow{BC} dan garis melalui B tegak lurus \overleftrightarrow{AC} memotong pada suatu titik di dalam $\triangle ABC$. Apakah pernyataan ini benar/salah ?. Jika salah buat counter example.

LATIHAN

5. Titik A, B dan C segaris dengan koordinat a , b , dan c . Jika C diantara A dan B, $BC = 8$ dan $CA = 36$. tentukan a , b dan c !
6. Berapa banyak diagonal segi sepuluh ? Buat rumus umumnya!
7. Ada berapa garis dapat dibuat melalui empat titik tak kolinier, Lima titik tak kolinier, Enam titik dan n titik ?
8. Perhatikan gambar! Diketahui \overline{OC} garis bagi $\angle BOD$. $\text{u}\angle AOE = 45^\circ$, $\text{u}\angle AOB = 10^\circ$, $\text{u}\angle DOE = 14^\circ$. Hitung $\text{u}\angle AOC$!

